

Stage de M2 : Etude d'un algorithme paramétré pour un problème d'ordonnancement à temps de communication.

Encadrants : Claire Hanen, Alix Munier Kordon

Laboratoire : LIP6

Equipes : RO et ALSOC

1 Descriptif du sujet

Un problème d'ordonnancement consiste à organiser l'exécution d'un ensemble de tâches sur des ressources disponibles de manière à optimiser un ou plusieurs critères, tels que le temps total d'exécution, le respect des délais ou l'utilisation efficace des ressources. Ces problèmes ont été identifiés historiquement pour optimiser la gestion des chaînes de production.

On considère le problème d'ordonnancement à temps de communication défini par un ensemble de n tâches $\mathcal{T} = \{1, 2, \dots, n\}$ à exécuter sur un ensemble de machines hétérogènes, de type *CPU* et/ou *GPU*. Chaque processeur ne peut exécuter qu'une tâche à la fois, et chaque tâche doit être exécutée une seule fois. Chaque tâche a une durée qui dépend de la machine qui va l'exécuter. D'autre part, les tâches respectent un ordre partiel défini par un graphe orienté sans circuit $G = (\mathcal{T}, A)$.

Pour tout arc $(i, j) \in A$, la tâche i doit terminer son exécution avant que la tâche j ne commence son exécution. Un temps de communication c_{ij} doit être ajouté après l'exécution de la tâche i afin de transmettre les données à la tâche j lorsque ces deux tâches ne sont pas effectuées sur la même machine. Le problème étudié consiste à déterminer un ordonnancement σ qui minimise la durée totale de l'ordonnancement.

Ce problème est NP-difficile, même pour des durées unitaires de tâches et de communications et un nombre non limité de processeurs homogènes [2].

L'émergence, depuis le début des années 2000, de la complexité paramétrée [1] avec un nombre croissant de publications internationales sur ce thème a renouvelé la compréhension de la difficulté des problèmes d'optimisation combinatoire. Cette approche détermine des paramètres pertinents qui permettent de construire des algorithmes de complexité polynomiale lorsque la valeur du paramètre est fixée. Plus précisément, on recherche des algorithmes dont la complexité est de la forme $\mathcal{O}(f(p) \times P(n))$ où n est la taille de l'instance, p son paramètre, P une fonction polynôme et f une fonction quelconque. Un problème qu'on peut résoudre par un algorithme de complexité paramétrée est dit « Fixed-Parameter Tractable » (FPT) pour ce paramètre.

Nous avons montré que la k -dégénérescence du graphe de co-comparabilité associé à G est un paramètre qui permet de développer un algorithme FPT pour différents problèmes d'ordonnancement classiques [3]. Cet algorithme exact est basé sur un schéma de programmation dynamique. Le but de ce stage est d'étendre cet algorithme aux problèmes d'ordonnancement considérés à temps de communication, de le programmer, et d'en étudier les performances en temps en le comparant à d'autres approches. On pourra également le tester sur des graphes générés aléatoirement, ou des réseaux de neurones profonds particuliers.

Tâches à réaliser :

1. Établir l'algorithme à programmer, et en définir la complexité théorique en fonction de la k -dégénérescence du graphe de co-comparabilité associé à G .
2. Implémenter efficacement cet algorithme, en recherchant des dominances et des bornes.
3. Développer et tester l'algorithme obtenu ;
4. Comparer expérimentalement si possible et en fonction du temps restant à une ou plusieurs solutions existantes, par exemple [5, 4, 6].
5. Rédiger le rapport de stage et valoriser ce travail.

Les résultats algorithmiques et expérimentaux obtenus viendront à l'appui d'une future publication en revue et/ou en conférence internationale.

2 Conditions du stage

Le stage aura lieu en 2027 au LIP6 sur le campus Pierre et Marie Curie (4 place Jussieu, 75252 Paris) et sera co-encadré par Claire Hanen et Alix Munier Kordon pour une durée de 6 mois. La gratification prévue est approximativement de 670 Euros par mois.

La personne candidate doit être en Master 2 de recherche opérationnelle, de mathématiques appliquées, d'informatique ou d'une école d'ingénieur avec un cursus en informatique. Elle doit avoir de solides connaissances en programmation et en algorithmique.

Pour postuler, envoyez par mail aux deux encadrantes Claire.Hanen@lip6.fr et Alix.Munier@lip6.fr un CV avec au minimum les notes de $M1$ et de $M2$.

Références

- [1] Rodney G. Downey and Michael R. Fellows. *Fundamentals of Parameterized Complexity*. 2013.
- [2] Han Hoogeveen, Jan Karel Lenstra, and Bart Veltman. Three, four, five, six, or the complexity of scheduling with communication delays. *Operations Research Letters*, 16(3) :129 – 137, 1994.
- [3] Alix Munier-Kordon and Claire Hanen. Exploiting structural degeneracy for fpt results on problems over directed acyclic graphs. *Manuscript submitted for publication*, 2026.
- [4] Yu Su, Shai Vardi, Xiaoqi Ren, and Adam Wierman. Communication-aware scheduling of precedence-constrained tasks on related machines. *Operations Research Letters*, 51(6) :709–716, 2023.
- [5] Huijun Wang and Oliver Sinnen. Scheduling fork-joins with communication delays and equal processing times on heterogeneous processors. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 36(11) :2297–2309, 2025.
- [6] Zhijun Zhang, Qiang-Sheng Hua, Xiaohui Zhang, Hai Jin, and Xiaofei Liao. Dag scheduling with communication delays based on graph convolutional neural network. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2022 :9013361, 2022.